

Jesu li sile otpora uvijek zanemarive?



Podsjetnik: Newtonovi zakoni

1. Newtonov zakon (princip tromosti ili inercije)

Svako tijelo će ostati u stanju mirovanja ili jednolikog gibanja po pravcu sve dok se pod djelovanjem vanjskih sila to stanje ne promijeni.

2. Newtonov zakon

Vremenska promjena količine gibanja proporcionalna je sili i zbiva se u smjeru djelovanja sile.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} (m\vec{v}) \xrightarrow{\text{masa se ne mijenja}} \vec{F} = m\vec{a}$$

3. Newtonov zakon (zakon akcije i reakcije)

Svakom djelovanju (akciji) uvijek je suprotno i jednako protudjelovanje (reakcija). Djelovanja dvaju tijela jednoga na drugo uvijek su jednaka i suprotnog smjera.

Podsjetnik: Gibanje – osnovne relacije

Akceleracija

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{\vec{F}(t)}{m}$$

Brzina

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$$

$$\vec{v} = \int \vec{a}(t)dt + \vec{v}_0$$

Položaj

$$\vec{s} = \int \vec{v}(t)dt + \vec{s}_0$$

Podsjetnik: Modeliranje gibanja

Translacijsko gibanje tijela nepromjenjive mase m možemo simulirati na sljedeći način:

1. Proizvoljno postavimo koordinatni sustav.
2. Odredimo sve sile koje djeluju na tijelo.
3. Rastavimo sve vektorske veličine na komponente i izračunamo njihove početne vrijednosti.
4. Odaberemo dovoljno mali vremenski interval na kojem je uvijek akceleracija približno konstantna.
5. Položaje i brzine u bilo kojem trenutku računamo prema prema sljedećim relacijama:

$$\vec{v} = \int \vec{a}(t)dt + \vec{v}_0$$

$$\vec{s} = \int \vec{v}(t)dt + \vec{s}_0$$

Podsjetnik: Modeliranje gibanja u Excel-u, Flash-u...

$x(0)$	$v_x(0)$	$F_x(t)$
$y(0)$	$v_y(0)$	$F_y(t)$
$z(0)$	$v_z(0)$	$F_z(t)$

$t = 0 \text{ s}$

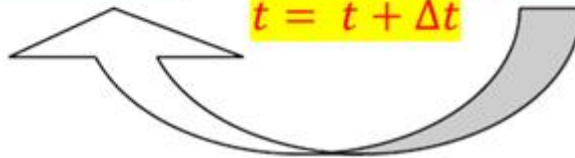


$$a_x(t) = \frac{F_x(t)}{m}$$
$$a_y(t) = \frac{F_y(t)}{m}$$
$$a_z(t) = \frac{F_z(t)}{m}$$



$$x(t + \Delta t) = \frac{1}{2} a_x(t) \cdot (\Delta t)^2 + v_x(t) \cdot \Delta t + x(t)$$
$$y(t + \Delta t) = \frac{1}{2} a_y(t) \cdot (\Delta t)^2 + v_y(t) \cdot \Delta t + y(t)$$
$$z(t + \Delta t) = \frac{1}{2} a_z(t) \cdot (\Delta t)^2 + v_z(t) \cdot \Delta t + z(t)$$
$$v_x(t + \Delta t) = a_x(t) \cdot \Delta t + v(t)_x$$
$$v_y(t + \Delta t) = a_y(t) \cdot \Delta t + v(t)_y$$
$$v_z(t + \Delta t) = a_z(t) \cdot \Delta t + v(t)_z$$

$t = t + \Delta t$



Podsjetnik: Modeliranje gibanja pomoću Vensim-a

Odredimo ukupnu silu na tijelo i napravimo model opisan jednadžbama:

$$\vec{a}(t) = \frac{\vec{F}(t)}{m}$$

$$\vec{v}(0) = \square$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

$$\vec{s}(0) = \square$$

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{v}$$

Gibanje padobranca – je li otpor zraka zanemariv?

- Gibanje padobranca

<http://waowen.screaming.net/revision/force&motion/skydiver.htm>

- Sila otpora zraka

$$\vec{F}_{OZ} = -Dv\vec{v}$$

Ako je ρ gustoća zraka, A udarna **površina**, a bezdimenzionalna konstanta C koeficijent otpora; D iznosi

$$D = \frac{\rho CA}{2} \quad \rho = 1.23 \text{ kgm}^{-3}$$

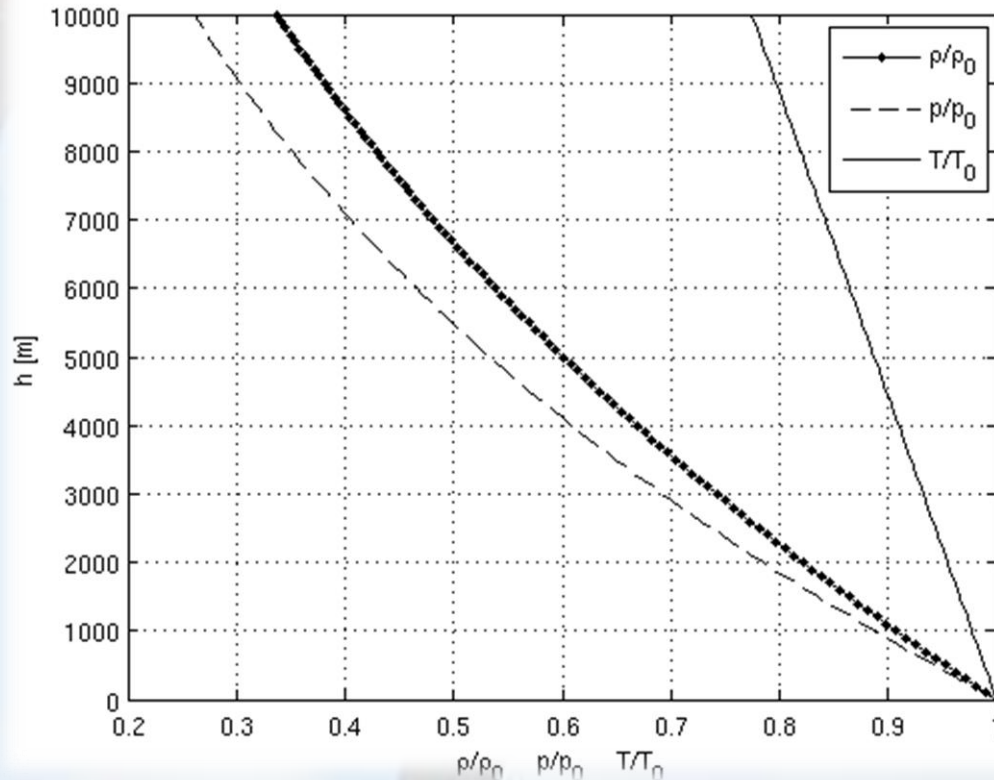
- Sila teža

$$\vec{F}_g = m\vec{g}$$

$$|\vec{g}| = 9.81 \text{ ms}^{-2}$$

Gibanje padobranca

- Uzeto u obzir samo djelovanje prethodno spomenutih sila
- Ostali utjecaji poput ovisnosti gustoće zraka o visini zanemareni



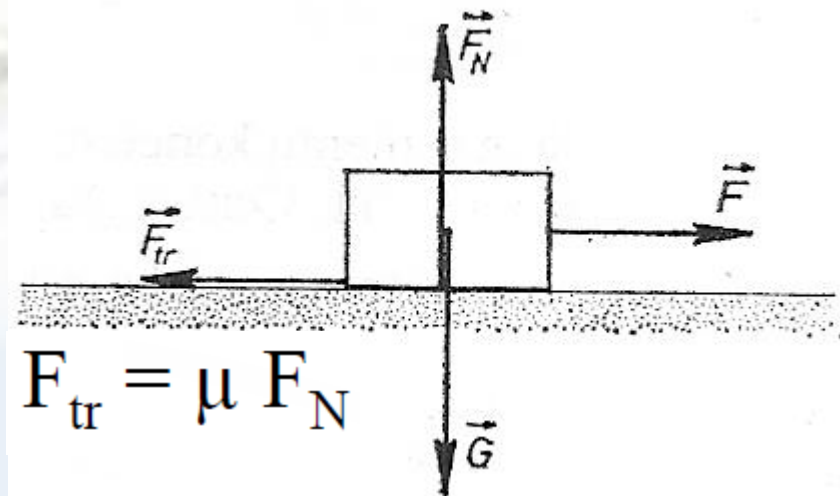
- Riješeni primjer (FallSkydive)

<http://wofford-ecs.org/IntroComputationalScience/dataFilePages/excelSysDyna.htm>

<https://ics.wofford-ecs.org/dynamics/Excel>

Trenje

- Otpor koji se javlja između površina nalijeganja dvaju tijela i suprotstavlja se međusobnom gibanju bilo klizanju, kotrljanju ili valjanju (dinamičko trenje) ili onemogućuje gibanje (statičko trenje, veće od dinamičkog).
- Hrapavost podloge.
- Koeficijent trenja.
- Štetno, korisno.



Faktor trenja

- Različit za različite dodirne površine i različite oblike gibanja

dodirne površine	faktor trenja mirovanja	faktor trenja klizanja	faktor trenja kotrljanja
drvo na drvu	0.5	0.3	0.05
čelik na čeliku	0.7	0.5	0.003
guma na suhom asfaltu	0.8	0.6	0.01
guma na mokrom asfaltu	0.3	0.2	0.005
guma na ledu	0.02	0.01	

Gibanje automobila

V4. Automobil mase 1500 kg giba se po ravnoj suhoj podlozi brzinom 10 m/s. Provjerite kako sila trenja i otpor zraka utječu na:

- prevaljeni put i brzinu tijekom 150 s ako vučna sila automobila iznosi 2000 N;
- zaustavni put automobila ako kotači kližu po suhom asfaltu (vučna sila iznosi 0 N);
- zaustavni put automobila ako se kotači kotrljaju po suhom asfaltu (vučna sila iznosi 0 N).

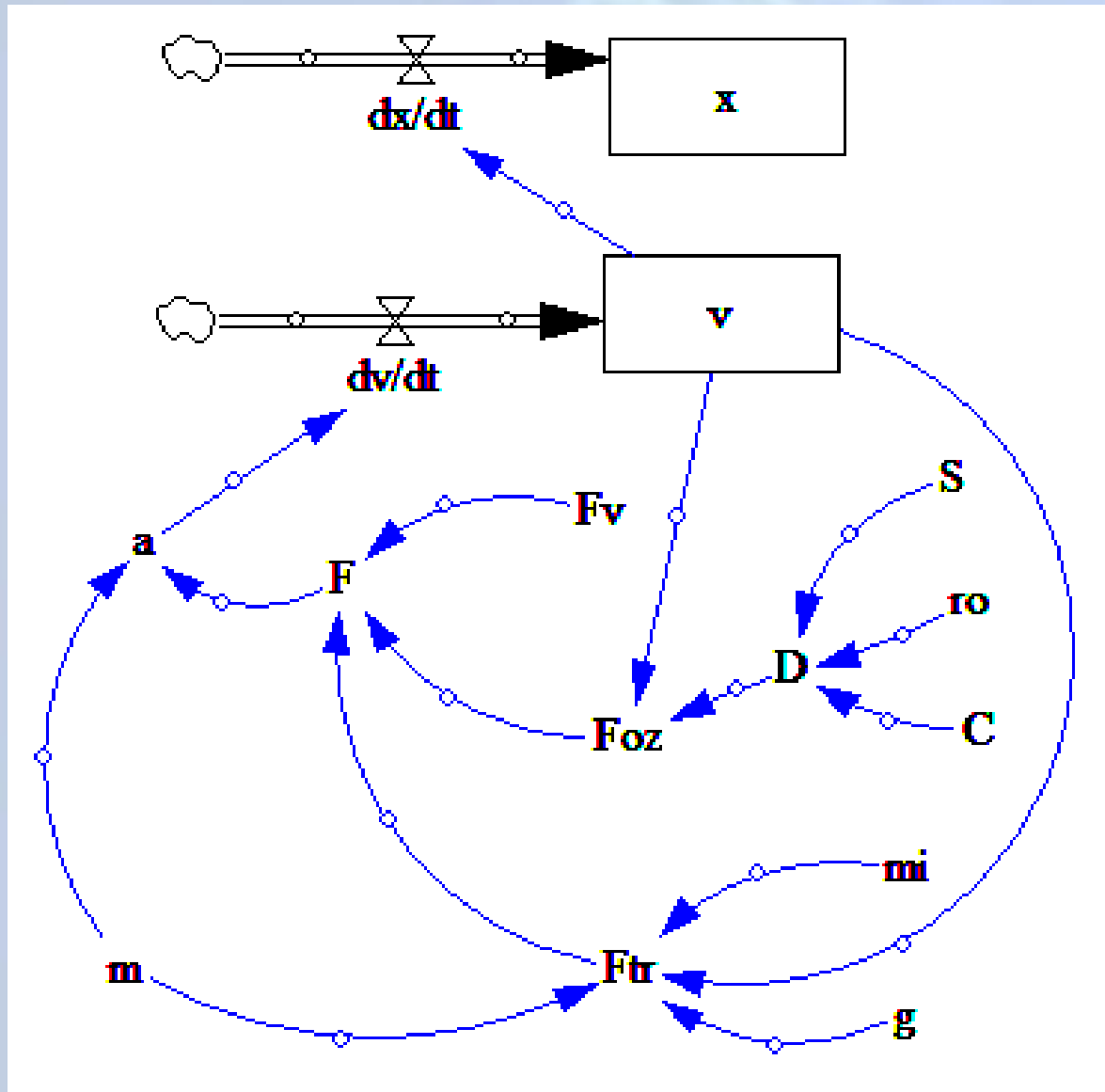
RJ: a) Za provjeru utjecaja posebno je napraviti simulaciju sa i bez F_{tr} i F_{oz}

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	$F_v = 2000 \text{ kg m/s}^2$	$a = F/m$	$\mu = 0.01$
$C = 0.4$	$F_{oz} = -D v v $	$dv/dt = a$	$v(0) = 10 \text{ m/s}$
$\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$	$F_{tr} = -\mu m g v / v $	$dx/dt = v$	$x(0) = 0 \text{ m}$
$m = 1500 \text{ kg}$	$F = F_v + F_{oz} + F_{tr}$		

$S \approx 3 \text{ m}^2$ (površina, oznaka A u formuli za $D = \rho C A / 2 = \rho C S / 2$)

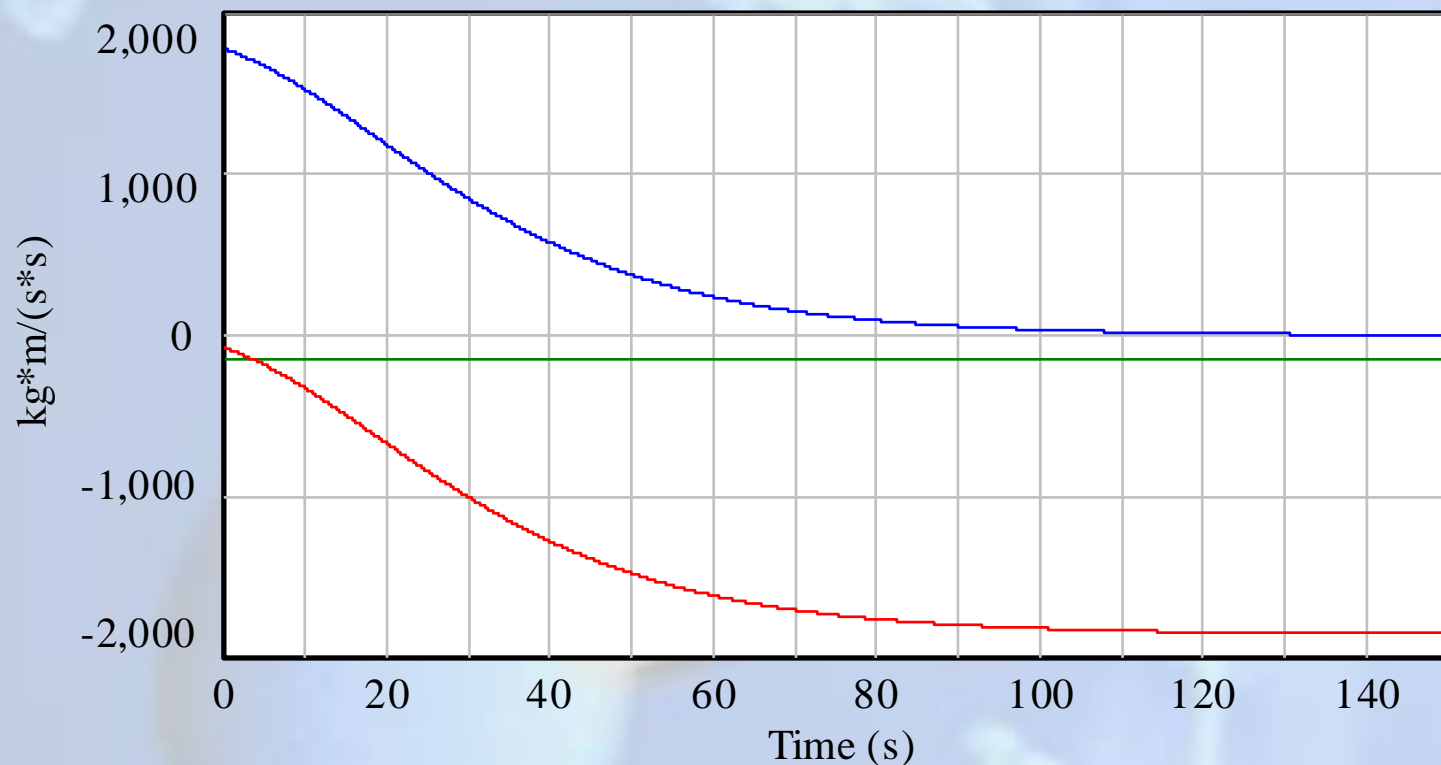
Model: 07V10a.mdl

V4 – shema modela



V4 – usporedba sila

Selected Variables



F : Current

Ftr : Current

Foz : Current

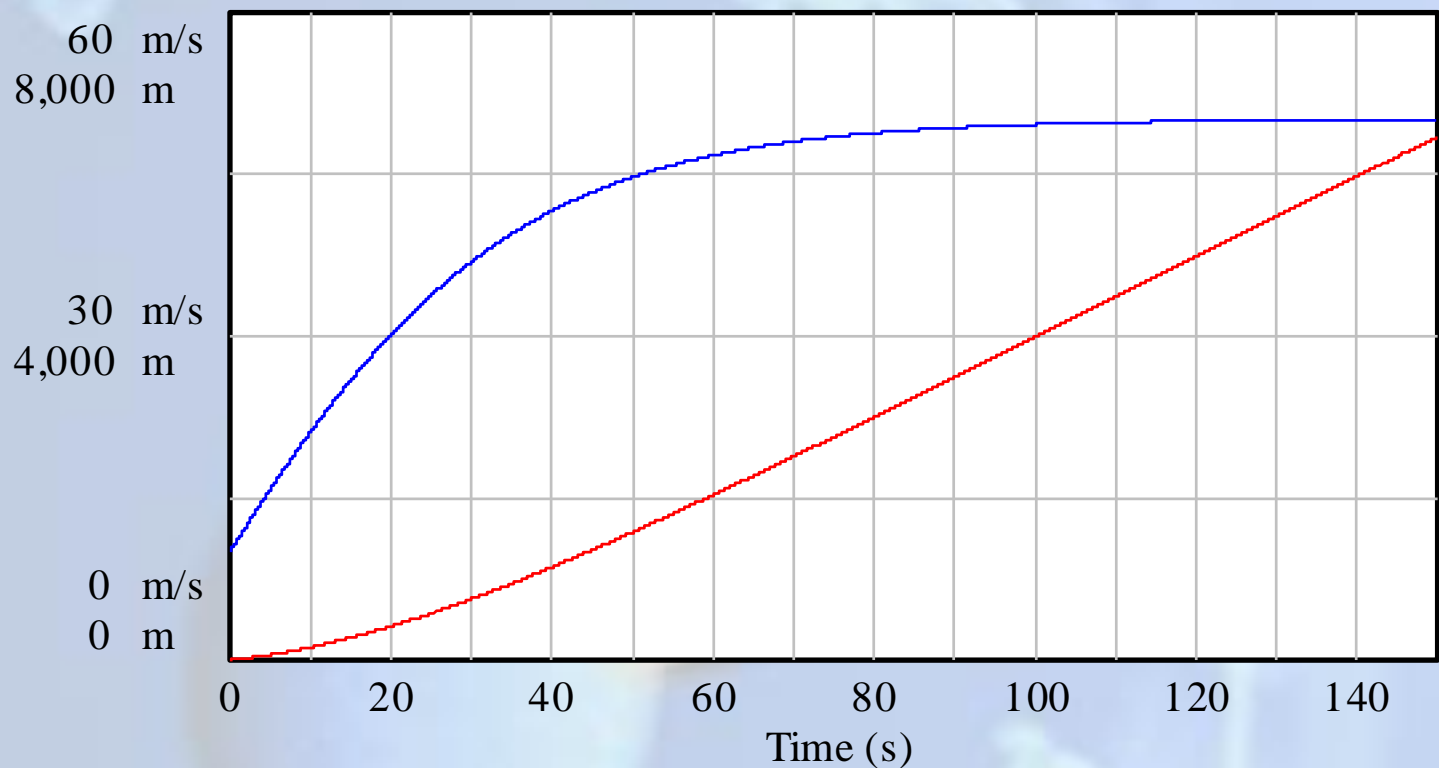
Fv : Current

✓ sila trenja **Ftr** konstanta je jer se automobil stalno giba po istoj podlozi pa je isti koeficijent trenja μ , a stalno je ista i sila reakcije podloge = **G** = mg

✓ sila otpora zraka **Foz** povećava se kvadratno s povećanjem brzine sve dok ukupna sila **F** na automobile ne postane 0 (sve dok automobil ubrzava)

V4 - a)

Selected Variables

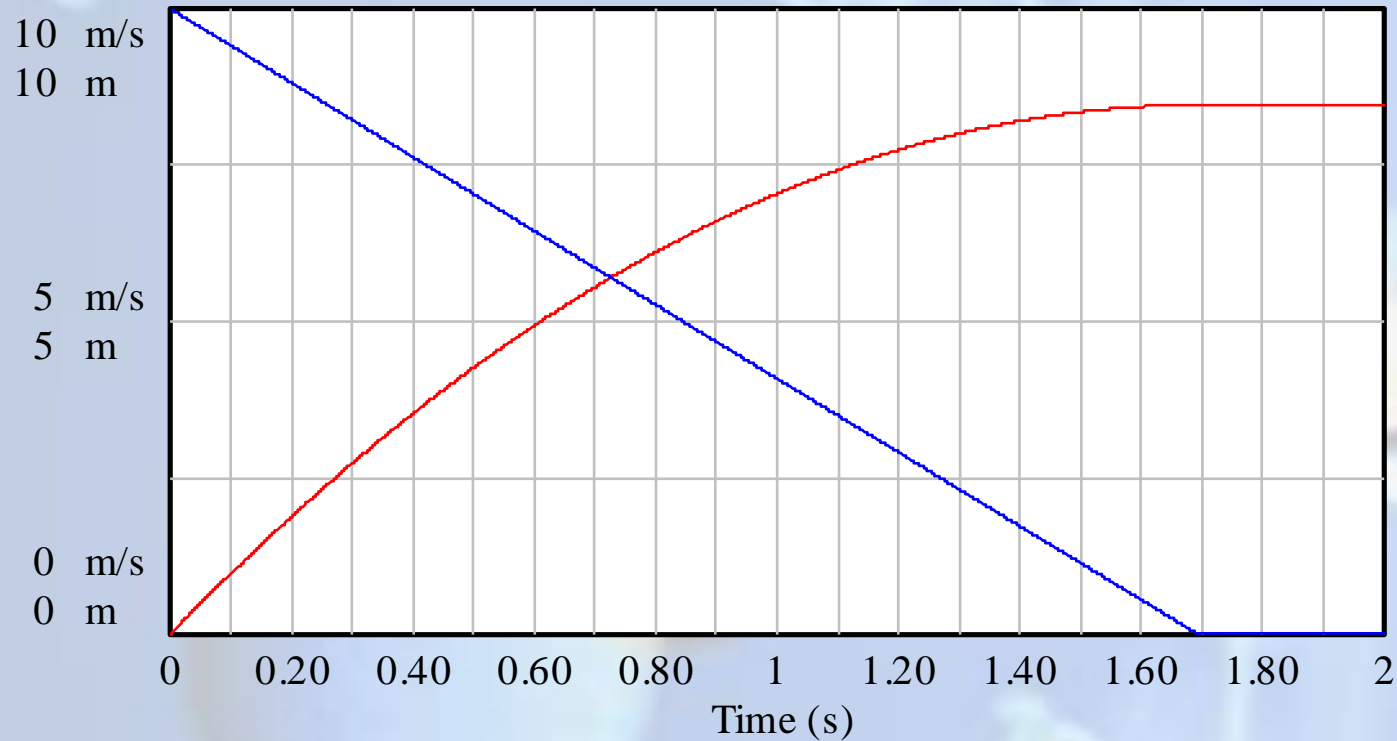


v : Current ————— m/s
 x : Current ————— m

✓ automobil ubrzava sve dok ukupna sila F na automobile ne postane 0, dok zbroj sila otpora zraka i trenja ne postane jednakog iznosa kao vučna sila

V4 - b) $\mu = 0.6$

Selected Variables

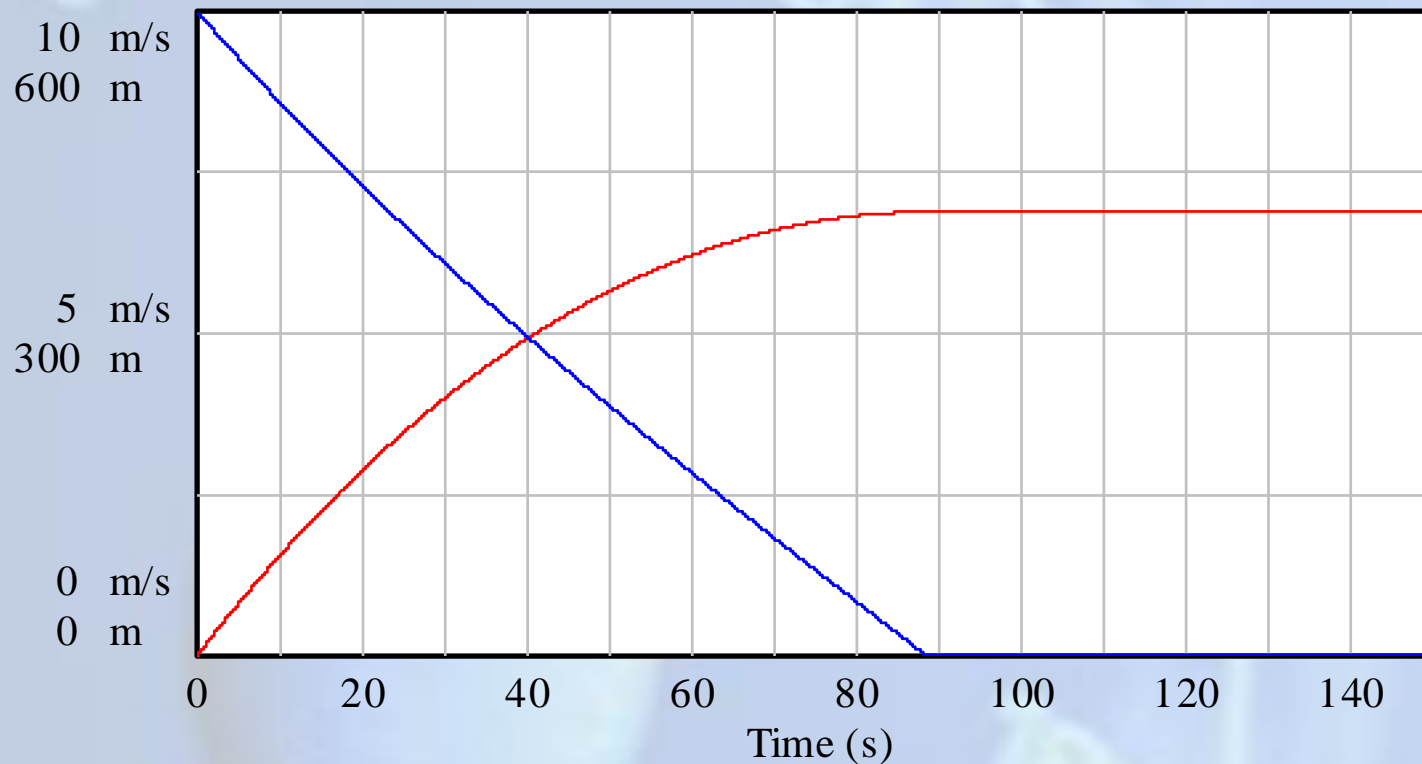


v: Current ————— m/s
x: Current ————— m

✓ automobil se zaustavi nakon približno 1.7 s, odnosno **8.5 m** (pročitano iz tabličnih podataka za $dt=0.001s$)

V4 - c) $\mu = 0.01$

Selected Variables



v : Current ————— m/s

x : Current ————— m

✓ automobil se zaustavi nakon 88.5 s, odnosno **413 m** (pročitano iz tabličnih podataka za $dt=0.02s$)